EJERCICIOS

1. Estudiar si el siguiente endomorfismo es diagonalizable, y diagonalizar en caso afirmativo:

$$f: \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5, \text{ tal que } f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y \\ x+z \\ 2z-t \\ 2t+6w \\ 2w \end{pmatrix}$$

2. Estudiar si el siguiente endomorfismo es diagonalizable, y diagonalizar en caso afirmativo:

$$f: \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5, \text{ tal que } f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w \\ t \\ z \\ y \\ x \end{pmatrix}$$

3. Estudiar si el siguiente endomorfismo es diagonalizable, y diagonalizar en caso afirmativo:

$$f: \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4, \text{ tal que } f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ z \\ t \\ x \end{pmatrix}$$

4. Estudiar si el siguiente endomorfismo es diagonalizable, y diagonalizar en caso afirmativo:

$$f: \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4, \text{ tal que } f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ z \\ t \\ 0 \end{pmatrix}$$

5. Estudiar si el siguiente endomorfismo es diagonalizable, y diagonalizar en caso afirmativo:

$$f: \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4, \text{ tal que } f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x-y-3z \\ x-z \\ x-y-2z \\ 3x-y-3z-t \end{pmatrix}$$

6. Las siguientes son las matrices, respecto de las bases canónicas, de la proyección ortogonal sobre el subespacio vectorial indicado. Diagonalizar ortogonalmente la aplicación proyección y relacionar los subespacios propios con los subespacios W_i y $W_i^{\perp}$, y con el núcleo y la imagen de la aplicación proyección.

a) $$A_1 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix},\ p_{(W_1)}: \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4,\ W_1 = \left\{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} : \begin{matrix} x+y=0 \\ z+t=0 \end{matrix}\right\}$$

b) $$A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},\ p_{(W_2)}: \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4,\ W_2 = \left\{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} : x=0\right\}$$

c) $$A_3 = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix},\ p_{(W_3)}: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3,\ W_3 = \left\{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} : x-y+z=0\right\}$$